

АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ДВИЖЕНИЯ В ЭЛЕКТРОННО-МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

© 2022 Ю. Л. Чупринская, В. Н. Фролов

Воронежский институт высоких технологий (Воронеж, Россия)

Статья посвящена описанию возможностей моделирования движения при рассмотрении электронно-механических систем.

Ключевые слова: система, электроника, механика, моделирование.

В настоящее время можно наблюдать широкое внедрение робототехнических устройств как в бытовой сфере, так и на промышленных предприятиях.

Роль динамики приводов роботов в разных прикладных задачах не одинакова. Например, для проблем локализации и навигации она не очень существенна, но когда идет управление неполноприводными системами, тогда ее роль является весьма важной [1, 2].

Для того, чтобы описать особенности движения механической системы удобно использовать второй закон Ньютона. В ряде случаев может быть рассмотрено уравнение Лагранжа второго рода. Поясним основную идею его использования.

Проводится запись функции Лагранжа (иногда говорят о кинетическом потенциале), она определяется в виде разности кинетической и потенциальной энергии.

Предполагаем равенство нулю, представляет в виде энергии вращения ротора:

$$Lagr(t) = \frac{Y[\varphi(t)]^2}{2}, \quad (1)$$

Здесь Y -момент инерции объекта, $\varphi(t)$ -угол поворота объекта.

Функция Лагранжа связана с обобщенными координатами, например угол поворота – это обобщенная координата [3, 4].

Необходимо сделать запись уравнения Лагранжа по анализирующей координате. В наименьшем случае оно примет вид:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \log r}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial \log r}{\partial \varphi} = \sum M(t), \quad (2)$$

Здесь $M(t)$ -момент силы.

Поскольку функция Лагранжа не зависит от φ , то второе слагаемое равно нулю. Перепишем уравнение (2)

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}} \left(\frac{Y\dot{\varphi}}{2} \right) \right], \quad (3)$$

После проведения дифференцирования то $\dot{\varphi}$, получаем

$$\frac{d}{dt} (Y\dot{\varphi}) \doteq M, \quad (4)$$

После дифференцирования по времени, приходим к уравнению (5):

$$Y\ddot{\varphi} = M, \quad (5)$$

Видно, что уравнение (5) будет с точностью до обозначений похоже на второй закон Ньютона, если учесть, что $\omega = \dot{\varphi}$.

На базе приведенной математической модели силы в виде суммы двух компонентов: первая связана с электродинамическими процессами в якоре, а вторая обусловлена другими воздействиями:

$$M = M_e + M_{dr}, \quad (6)$$

Предположим, что нет нагрузки на якорь, тогда

$$M_{dr} = 0, \quad (7)$$

поэтому

$$M = M_e, \quad (8)$$

Будем полагать, что момент вращения будет пропорционален ЭДС, которая относится к цепи движения.

$$M_e = K_1 \varepsilon, \quad (9)$$

Здесь K_1 -константа.

Чупринская Юлия Леонидовна – Воронежский институт высоких технологий, студент, ccchuprinsk40981@mail.ru.

Фролов Вадим Николаевич – Воронежский институт высоких технологий, доктор техн. наук, профессор, fffrolov5004@yandex.ru.

Для начального момента времени обозначим пусковой момент

$$M_{start} = K_1 \cdot \varepsilon_{start}, \quad (10)$$

По мере дальнейшего вращения ротора будет возникать ЭДС индукции

$$\varepsilon_{ind}(\omega) = K_2 \cdot \omega, \quad (11)$$

Здесь K_1 -константа.

Для определения суммарной ЭДС запишем

$$\varepsilon = \varepsilon_{start} - \varepsilon_{ind}, \quad (12)$$

Видно, что идет ее уменьшение.

Поэтому будет идти и уменьшение момента силы из (9), при этом

$$\frac{M_e}{K_1} = \frac{M_{start}}{K_1} - K_2 \omega, \quad (13)$$

Тогда

$$M_e(\omega) = M_{start} - K_1 K_2 \omega, \quad (14)$$

Или, если обозначить $K = K_1 \cdot K_2$, то

$$M_e(\omega) = M_{start} - K \cdot \omega, \quad (15)$$

Можно сделать расчет K , основываясь на том, что будет равно нулю M_e , когда будет достигнута максимальная скорость вращения ω_{max} , в противном случае будет осуществляться ускорение ротора.

Когда ротор достигает скорости, соответствующей холостому ходу, получим

$$M_{start} = K_1 \cdot K_2 \cdot \omega_{max}, \quad (16)$$

Тогда

$$K_1 \cdot K_2 = \frac{M_{start}}{\omega_{max}}, \quad (17)$$

По этому (14) перепишем как

$$M_e(\omega) = M_{start} - \frac{M_{start}}{\omega_{max}} \cdot \omega, \quad (18)$$

Опираясь на вышеуказанное выражение (1), запишем дифференцированное уравнение

$$M_{start} - \frac{\omega \cdot M_{start}}{\omega_{max}} = Y \cdot \omega, \quad (19)$$

Для того, чтобы его решить, сделаем преобразование:

$$\frac{M_{start}}{\omega_{max}} (\omega_{max} - \omega) = Y \frac{d\omega}{dt}, \quad (20)$$

Укажем, каким образом решаем уравнение (20):

Проведем интегрирование, тогда получаем:

$$\frac{M_{start}}{Y \cdot \omega_{max}} \cdot t = -e_n |\omega_{max} - \omega| + C, \quad (21)$$

Поскольку $\omega_{max} > \omega$, убираем модуль:

$$\frac{M_{start}}{Y \cdot \omega_{max}} \cdot t = -e_n (\omega_{max} - \omega) e_{nc1}, \quad (22)$$

где $C = -e_n C_1$

Преобразуем, и получаем

$$\exp\left(-\frac{M_{start}}{Y \cdot \omega_{max}} \cdot t\right) = C_1 (\omega_{max} - \omega), \quad (23)$$

Основываясь на начальных условиях, получаем

$$C_1 = \frac{1}{\omega_{max}}, \quad (24)$$

В итоге, для окончательного решения системы

$$\omega(t) = \omega_{max} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{M_{start}}{Y \cdot \omega_{max}} \cdot t\right)\right], \quad (25)$$

На рисунке приведен график этой зависимости.

Рассмотрим особенности разработки математической модели электродвигателя.

На электродвигатель подается напряжение, его можно рассматривать как входной сигнал.

Закон Ома для электрической цепи, в которую входит электродвигатель, записывается в таком виде

$$\varepsilon_0 - \varepsilon_{ind} - L \frac{di}{dt} = I \cdot R, \quad (26)$$

где ε_{md} – является ЭДС индукции, обусловленная вращением якоря, ε_0 – ЭДС, обусловленная источником тока, $L \frac{di}{dt}$ – ЭДС самоиндукции, R – дает значение полного сопротивления электрической цепи.

Кроме того, используем то, что существует связь между скоростью изменения угловой скорости ω током Y []

$$\dot{\omega} = \frac{M}{Y}, \quad (27)$$

где M – момент сил.

Рассмотрим совместно решение уравнений (26) и (27).

Электрический момент сил связан с силами Ампера F_A

$$M_e = 2F_A \cdot x, \text{ где } x = r \cdot \cos \alpha, \quad (28)$$

Применяя выражение для силы Ампера, получаем

$$M_e = 2(BIL) \cdot X, \quad (29)$$

Здесь L – длина той части контура, на которую воздействует сила. Тогда

$$M_e = f_1 \cdot I, \text{ где } f_1 = 2BLX, \quad (30)$$

При этом B – определяет магнитную индукцию так:

$$\varepsilon_{ind} = 2BL\delta \sin(90 - \alpha) = 2BL\delta \cos \alpha, \quad (31)$$

Здесь δ – скорость вращения контура.

Воспользовавшись тем, что есть связь между линейной и условной скоростью, получаем

$$\varepsilon_{ind} = 2BL\omega \cdot X^{(7)}, \quad \text{то есть}$$

$$\varepsilon_{ind} = f_2 \cdot x, \quad \text{где } f_2 = 2BL\omega$$

Учтем то, что момент сил складывается из электрического момента M_e и момента сил M_{ext} тогда получим уравнения:

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \frac{f_1}{Y} \cdot I + \frac{M_{ext}}{Y} \\ \dot{i} = \frac{1}{L} \cdot U_{нач} - \frac{f_2}{L} \cdot \omega - \frac{R}{L} \cdot I \end{cases} \quad (32)$$

Пусть двигатель работает в ненагруженном режиме.

В том случае $M_{ext} = 0$ и $U_{нач} = const$ для зависимости ω от t можно записать,

$$\omega(t) = N_1 \cdot \exp(\xi_1 \cdot t + \xi_2 t) + N_2 \exp(\xi_1 t - \xi_2 t) + \frac{U_{нач}}{f_2},$$

$$I(t) = N_3 \cdot \exp(\xi_1 \cdot t + \xi_2 t) - N_3 \cdot \exp(\xi_1 t - \xi_2 t),$$

При этом

$$N_1 = \frac{V_{нач}}{2f_2} \cdot \left(\frac{\xi_1}{\xi_2} - 1 \right),$$

$$N_2 = -\frac{U_{нач}}{2 \cdot f_2} \cdot \left(\frac{\xi_1}{\xi_2} + 1 \right),$$

$$N_3 = \frac{Y}{f_1} \cdot \frac{U_{нач}}{2 \cdot f_2} \cdot \left(\frac{\xi_1^2}{\xi_2} - \xi_2 \right),$$

$$\xi_1 = -\frac{R}{2L}, \quad \xi_2 = \sqrt{\xi_1^2 - \frac{f_1 f_2}{YL}}$$

Таким образом, рассмотренные выражения позволяют осуществлять различные движения электронно-механических систем.

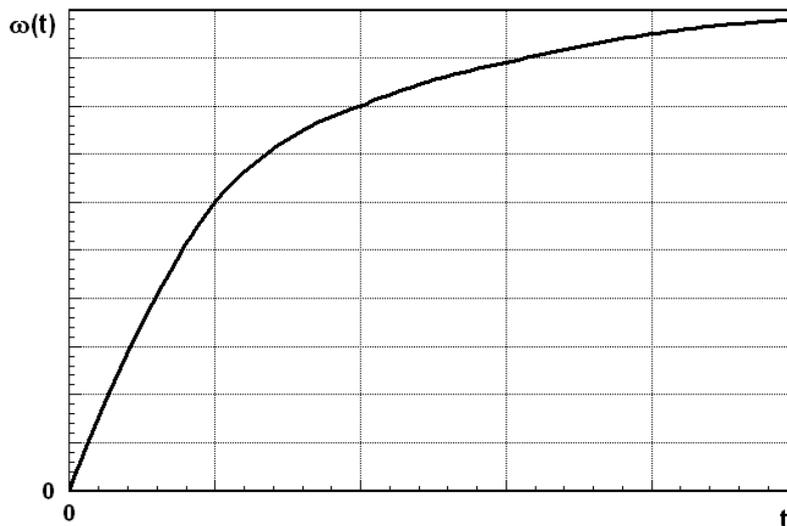


Рисунок. Иллюстрация зависимости круговой частоты от времени

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Преображенский Ю. П. Особенности оценки прочности материалов / Ю. П. Преображенский // За нами будущее: взгляд молодых ученых на инновационное развитие общества. Сборник научных статей 2-й Всероссийской молодежной научной конференции. В 4-х томах. Отв. редактор А. А. Горохов. Курск, 2021. – С. 274-277.

2. Преображенский Ю. П. Проблемы компьютерного моделирования физических

процессов / Ю. П. Преображенский // Современные инновации в науке и технике. сборник научных трудов 9-й Всероссийской научно-технической конференции с международным участием. – 2019. – С. 276-279.

3. Преображенский Ю. П. О свойствах мехатронных систем / Ю. П. Преображенский // Молодежь и наука: Шаг к успеху. сборник научных статей 4-й Всероссийской научной конференции перспективных разработок молодых ученых. Юго-Западный

государственный университет; Московский политехнический университет. 2020. – С. 112-114.

4. Казанцев А. М. Некоторые подходы к оценке процесса функционирования структурно-динамических систем монито-

ринга в условиях внешних воздействий / А. М. Казанцев, Р. А. Кочкаров, А. В. Тимошенко, А. А. Сычугов // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2021. – Т. 9. – № 4 (35).

ANALYSIS OF MOTION MODELS IN ELECTRONIC-MECHANICAL SYSTEMS

© 2022 *Yu. L. Chuprinskaya, V. N. Frolov*

Voronezh Institute of High Technologies (Voronezh, Russia)

The paper is devoted to the description of the possibilities of motion modeling when considering electronic-mechanical systems.

Keywords: system, electronics, mechanics, modeling.